CONFRUNTAREA DINTRE REALITATE ŞI MATEMATICA PURĂ ÎNTÂLNIREA UNIVERSULUI MATEMATIC CU REALITATEA COSMICĂ

PÂRVUCICĂ, Alexandrina Lucia, PROF. Colegiul Tehnic "Petru Maior", Bucureşti
PÂRVUCICĂ, Ioan Cristian,Prof. Colegiul Tehnic "Gheorghe Asachi", Bucureşti

În lucrare se face referire asupra realității matematice în astronomie, a numerelor iraționale ca existențe determinante în legile lui Kepler sau Legile lui Newton, dar şi referiri la traiectoriile corpurilor cereşti ca locuri geometrice importante pentru înțelegerea fenomenelor astronomice.
Lucrarea cuprinde şi o scurtă incursiune în istoria cercetărilor astronomice şi se incheie cu întrebarea ''Cât de actuală rămâne astăzi teoria lui Newton?".

Introducere

Bogăția şi diversitatea informațiilor, ca şi viteza lor mare de circulație, au făcut ca atingerea unor extreme, altădată de neatins ale ştiimțelor, să fie posibilă. De aici a apărut necesitatea ştiințelor de frontieră, care au catalizat noi energii în cercetare. De asemenea, tendința de abstractizare din diferite domenii ale cunoaşterii a dus la îngreunarea înțelegerii mesajului ştiințific şi adresarea direcționată către elite.

Omul modern a resimțit ca pe o constrângere interioară puternică nevoia de a folosi înlănțuirile foarte obiective ale elementelor logicii pentru a-şi forma o imagine asupra lumii, aşa cum este oferită de ştiința modernă a astronomiei actuale. Toate aceste modele matematice-mecanice îl aruncă pe omul de ştiință modern în mijlocul unor lumi abstracte pure care îl îndepărteză de viață, de realitate. Astfel lumea reală, atelierul experimental al cunoaşterii, a devenit tot mai mult o lume abstractă şi nonconformă cu realitatea simțurilor noastre.

Se impune acum o regrupare a domeniilor ştiințifice, în sensul eliminării granițelor dintre domenii şi coagularea informațiilor pe sfere de interes. Cu alte cuvinte, dacă mă interesează cunoaşterea şi explorarea planetei Saturn, voi aduna acele cunoştințe astronomice, matematice, fizice, biologice etc, care abordează idei, experiențe, informații, imagini şi altele legate de planeta

Saturn. Întoarcerea către realitate, verificarea în lumea reală a noțiunilor obținute prin gândire conceptuală ar face matematica vie.

1. Legile lui Kepler : reprezentări, tendința elipsei de a deveni cerc, numere iraționale.

Modul de gândire ştiințific bazat numai pe elementele logicii este deseori departe de un punct de vedere conform cu realitatea. Această constatare este susținută de modul cum s-au format în timp reprezentările despre fenomenele cereşti. Calea intuitivă sau a observației au condus la reprezentări care au devenit ipoteze de lucru , dezvoltând teorii ample care apoi au devenit noi ipoteze de cercetare, generând noi reprezentări. În acest fel apare pericolul elaborării de teorii corect construite din punct de vedere deductiv, dar care se îndepărtează de realitate. Astfel, de exemplu, Newton ajunge la binecunoscuta Lege a atracției universale, lege cantitativă, (*Raportul forțelor de atracție este invers proporțional cu raportul pătratelor distanțelor dintre ele*) plecând de la Legile formulate de Kepler, legi calitative, cu precădere Legea a III-a, bazată pe observațiile minuțioase ale lui Tycho Brahe. Să ne ocupăm puțin, în cele ce urmeză, de legile lui Kepler şi să observăm cum limbajul matematic determină legități diferite după domeniul de cercetare (astronomie, fizică, biologie, etc), precum şi de câteva locuri geometrice remarcabile. Să reamintim Legile lui Kepler [1]:

Legea I – ***Legea orbitelor*** : *Toate planetele se mişcă în jurul Soarelui pe traiectorii eliptice, Soarele aflându-se în unul din focarele elipsei.*

Legea a II a – *Legea ariilor* : *Razele vectoare duse de la Soare la planetă descriu arii egale în intervale de timp egale, deci viteza areolară sau sectorială este constantă.*

Legea a III a – *Legea perioadelor* : *Pătratele perioadelor de revoluţie a planetelor în jurul Soarelui sunt proporţionale cu cuburile semiaxelor mari ale elipselor.*

Să observăm că prima lege ne vorbeşte despre traiectoria planetelor ca fiind ceva viu şi nu ceva care se supune orb unor legităţi. Cercul nu îşi modifică raza. Punctele de pe cerc se deplasează în virtutea unei legi exacte, fără posibilitatea exprimării propriei voinţe. Elipsa însă îşi modifică raza, vorbind parcă despre existenţa unor impulsuri interioare. În realitate nici această elipsă nu este perfectă pentru că traiectoria planetelor are o vizibilă tendinţă de a se transforma în cerc, locul geometric perfect. Sau chiar dacă am am stabili traiectoria eliptică pentru o rotaţie ea nu se mai potriveşte cu următoarea , sau următoarele traiectorii. Nici măcar planele traiectoriilor nu formează acelaşi unghi în fiecare an cu ecliptica. Dacă insă s-ar petrece aşa, adică elipsa să devină la un moment dat cerc, atunci Sistemul Solar ar fi ajuns la un moment de repaos, de echilibru static şi ar fi murit. Dacă mai avem în vedere şi mişcarea cometelor atunci lucrurile se complică şi mai tare. Deci planetele se mişcă după elipse, dar acestea sunt câteodată mai bombate şi se apropie de cerc, iar alteori se aplatizează fiind clar elipse. Atunci am putea reformula legea orbitelor în modul următor: Planetele se deplasează pe traiectorii care duc continuu o luptă între tendinţa de a deveni cerc şi tendinţa de a rămâne elipsă[5] .

Să trecem acum la Legea perioadelor care se poate exprima matematic: $\frac{T_a^2}{T_b^2}=\frac{R_a^3}{R_b^3}$, unde T reprezintă perioada de rotaţie în jurul Soarelui, iar R reprezintă lungimea semiaxei mari a orbitei, a reprezintă prima planetă şi b a doua planetă, dar realitatea astronomică ne obligă să interpretăm acest rezultat. Să observăm că aceste rapoarte nu sunt numere raţionale. Dacă ar fi fost numere raţionale atunci razele ar avea tendinţa de a deveni numere întregi şi traiectoria s-ar transforma în cerc iar perioadele de revoluţie mărimi constante, ceea ce contrazice observaţia astronomică. Deci raportul este un număr iraţional şi acest lucru este un argument al astronomiei actuale pentru a explica starea de mişcare a Sistemului Planetar.

Analizând acest fapt observăm că deşi gândim matematic Sistemul Planetar, acest mod nu mai este ceva care să se poată măsura, adică nu mai putem să introducem realitatea concis, simplu, într-un număr. Suntem astfel nevoiţi, în calculul matematic să aproximăm numărul iraţional printr-o fracţie zecimală finită, părăsind astfel realitatea astronomică. Acest lucru ne conduce la ideea că în studiul fenomenelor cereşti nu dispunem decât de un fel de clişee saturate de tot felul de observaţii matematice. Dar şi în această matematică pură putem interpreta rezultatele şi confrunta cu realitatea. Astfel, urmărind traiectoriile corpurilor cereşti, fie pe calea raţionamentelor fie pe calea intuitivă, s-au remarcat curbe pe care le putem interpreta matematic ca fiind locurile geometrice pentru care suma, diferenţa, produsul sau raportul distanţelor la două puncte fixe este constant. Propunem în continuare un suport matematic teoretic care să reamintească aceste locuri geometrice.

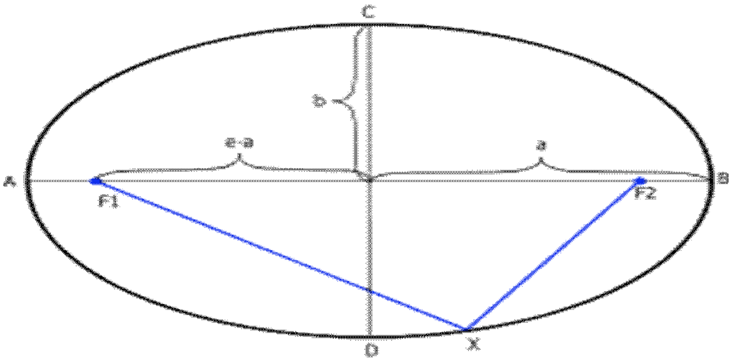
Facem observaţia că secţiunea care urmează poate fi elaborată cu elevii de nivel liceal care au cunoştinţe de reprezentare grafică a funcţiilor.

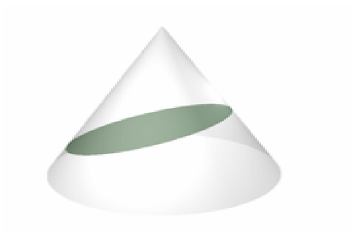
2. Curbele celor patru operaţii.

Să fixăm deci două puncte iar lungimea segmentului determinat egală cu $2a$.

Elipsa [2] este locul geometric al punctelor din plan pentru care suma distanţelor la două puncte fixe (numite *focarele elipsei*) este constantă.

Fie punctele $A(-a,0), B(a,0), C(0,b), D(0,-b)$ şi focarele $F1(-c,0), F2(c,0)$ [2] Din punct de vedere algebric, elipsa este o curbă





definită în coordonate carteziene de următoarea ecuaţie:

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ cu condiţiile $B^2 < 4AC$, toţi coeficienţii sunt reali .

Forma canonica este $\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1$, $b^2 = a^2 - c^2$

Segmentul de dreaptă care trece prin focare şi are capetele pe elipsă se numeşte axa mare. Segmentul perpendicular pe mijlocul axei mari şi având capetele pe elipsă se numeşte axă mică.

Valoarea $e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$ care apare şi în figură se numeşte excentricitatea elipsei. Se poate observa că cercul este un caz particular de elipsă (elipsa în care cele două focare coincid - sau pentru ecuaţia algebrică, elipsa pentru care $A = C$ şi $B = 0$).

Desigur că am putea prezenta multe rezultate matematice deosebite, cum ar fi modul de obţinere prin desen a elipsei, circumferinţă, arie, date din geometria proiectivă sau din trigonometrie, prin coordonate polare sau chiar elipse degenerate. (Toate aceste rezultate matematice se găsesc cu uşurinţă şi nu constitue interesul lucrării de faţă).

Să ne reamintim că am plecat de la puncte fixe şi ne-am pus problema locului geometric al punctelor din plan pentru care suma distanţelor la punctele fixate să rămână constantă (mai mare decât lungimea $2a$).

Dacă acum ne punem problema punctelor din plan pentru care diferenţa distanţelor la aceste două puncte fixe să rămână constantă dăm peste un alt loc geometric remarcabil :

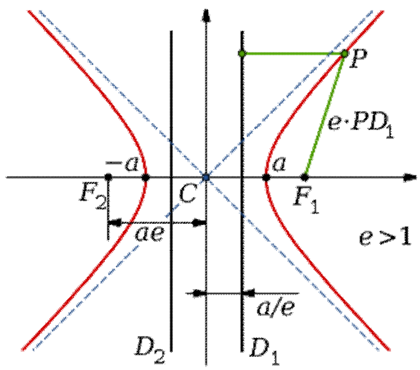
Hiperbola [3] este locul geometric al punctelor din plan pentru care diferenţa distanţelor la douăpuncte fixe este constantă.

Hiperbola este o curbă definită în coordonate carteziene de următoarea ecuaţie:

$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$ cu condiţiile

$B^2 > 4AC$, toţi coeficienţii sunt reali .

Forma canonica este $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1, b^2 = c^2 - a^2$ iar excentricitatea $e = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$ Acum să ne punem problema punctelor din plan pentru care produsul distanţelor la aceste două puncte fixe să rămână constantă. Este binecunoscut rezultatul că astfel se obţin curbele lui Cassini [4]:



Fie deci acum punctele fixe A(-*a*,0), B(*a*,0) şi M(*x*,*y*) punctul di n plan pentru care produsul distanțelor la punctele fixe să fie constant, egal cu b^2. Să considerăm originea sistemului de axe fixată la mijlocul segmentului AB .

Avem succesiv : $AM \cdot BM = b^2$ şi atunci $\left[\left(x+a\right)^2+y^2\right]\cdot\left[\left(x-a\right)^2\right]=b^4$. După efectuarea calculelor obținem $y^4+2(x^2+a^2)y^2+\left(x^2-a^2\right)^2-b^4=0$ adică $y=\pm\sqrt{-\left(x^2+a^2\right)\pm\sqrt{b^4+4a^2x^2}}$.

Vom alege ramura reală $y=\pm\sqrt{-\left(x^2+a^2\right)+\sqrt{b^4+4a^2x^2}}$.

Considerăm funcția $f(x)=\sqrt{-\left(x^2+a^2\right)+\sqrt{b^4+4a^2x^2}}$ care are sens pentru $\sqrt{b^4+4a^2x^2}\ge\left(x^2+a^2\right)$ adică $a^2-b^2\le x^2\le a^2+b^2$.

Distingem mai multe cazuri :

Cazul 1. $a^2-b^2<0$ adică $a<b$ $\Rightarrow f(x)=\sqrt{\sqrt{4a^2x^2+b^4}-(x^2+a^2)}$, $\quad x\in\left[-\sqrt{a^2+b^2},\sqrt{a^2+b^2}\right]$

$f'(x)=\dfrac{x\left(2a^2-\sqrt{4a^2x^2+b^4}\right)}{\sqrt{4a^2x^2+b^4}\cdot\sqrt{\sqrt{4a^2x^2+b^4}-(x^2+a^2)}}$. Din ecuația $f'(x)=0$ avem $x_1=0$ şi din ecuația $2a^2-\sqrt{4a^2x^2+b^4}=0$ obținem $x^2=\dfrac{4a^4-b^4}{4a^2}$, care impune analiza subcazurilor:

Subcazul 1i.

Dacă $b>a\sqrt{2}$ ecuația $f'(x)=0$ are o singură rădăcină $x_1=0$

Funția fiind pară studiem variația ei pentru $x\in\left[0,\sqrt{a^2+b^2}\right]$

x	0 $\qquad\qquad\qquad\qquad$ $\sqrt{a^2+b^2}$
$f'(x)$	0 - - - - - - - - - - |
$f(x)$	$\sqrt{b^2-a^2}$ ↘ ↘ 0

Reprezentând graficul funcției şi simetrica ei față de axa *Ox* se obține curba sugerată în figura 1, care seamănă cu o elipsă, fără însă să coincidă cu aceasta.

Subcazul 1ii. Dacă $b=a\sqrt{2}$ ecuația $f'(x)=0$ are rădăcina triplă $x=0$ iar curba este asemănă-toare cu cea din fig.1, cu observația că aceasta se aplatizează sus şi jos până devine aproape o dreaptă.

Subcazul 1iii. Dacă $a<b<a\sqrt{2}$ ecuația $f'(x)=0$ are rădăcinile $x_1=0$ şi $x_{2,3}=\pm\dfrac{\sqrt{4a^4-b^4}}{2a}$. Funcția fiind pară studiem variația ei pentru $x\in\left[0,\sqrt{a^2+b^2}\right]$

x	0 $\qquad$ $\dfrac{\sqrt{4a^4-b^4}}{2a}$ $\qquad$ $\sqrt{a^2+b^2}$
$f'(x)$	0 + + + + 0 - - - - - - - - - |
$f(x)$	$\sqrt{b^2-a^2}$ ↗ $\dfrac{b^2}{2a}$ ↘ 0

De astă dată curba este sugerată în figura 2.

Cazul 2. Dacă $a=b \Rightarrow f(x)=\sqrt{\sqrt{4a^2x^2+a^4}-\left(x^2+a^2\right)}, \quad x\in\left[-a\sqrt{2},a\sqrt{2}\right]$

$$f'(x)=\frac{x\left(2a^2-\sqrt{4a^2x^2+a^4}\right)}{\sqrt{4a^2x^2+b^4}\cdot\sqrt{\sqrt{4a^2x^2+a^4}-(x^2+a^2)}}$$ cu rădăcinile $x_1=0$ şi $x_{2,3}=\pm\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Studiind variaţia funcţiei doar pe intervalul $\left[0,a\sqrt{2}\right]$ obţinem :

x	$0 \qquad \frac{a\sqrt{3}}{2} \qquad a\sqrt{2}$
$f'(x)$	| + + + + + 0 - - - - - |
$f(x)$	0 ↗ $\frac{a}{2}$ ↘ 0

Ceea ce se obţine în acest caz este o formă cu totul specială, aceea de Lemniscată ca în fig. 3.

Cazul 3. Dacă $a>b$

$\Rightarrow f(x)=\sqrt{\sqrt{4a^2x^2+b^4}-(x^2+a^2)}$,

$x\in\left[-\sqrt{a^2+b^2},-\sqrt{a^2-b^2}\right]\cup\left[\sqrt{a^2-b^2},\sqrt{a^2+b^2}\right]$

Ceea ce se obţine în acest caz este o curbă asemănătoare celei din figura 4.

Acum să ne punem problema punctelor din plan pentru care raportul distanţelor la aceste două puncte fixe să rămână constant.

Fie deci acum punctele fixe A($-a$,0), B(a,0) şi M(x,y) punctul din plan pentru care raportul distanţelor la punctele fixe să fie constant, egal cu $\frac{m}{n}$.

$$\frac{BM}{AM}=\frac{m}{n}\Rightarrow m\cdot AM=n\cdot BM\Rightarrow m\sqrt{(x+a)^2+y^2}=n\sqrt{(x-a)^2+y^2}\Rightarrow$$

$m^2(x+a)^2+m^2y^2-n^2(x-a)^2-n^2y^2=0$ şi obţinem

$x^2\left(m^2-n^2\right)+y^2\left(m^2-n^2\right)+2ax\left(m^2+n^2\right)+a^2\left(m^2-n^2\right)=0$. După relaţia dintre m şi n avem :

Cazul 1. Dacă $m=n$ obţinem ecuaţia $x=0$, adică axa ordonatelor.

Cazul 2. Dacă $m\neq n$ obţinem ecuaţia unui cerc : $x^2+y^2+2a\frac{m^2+n^2}{m^2-n^2}x+a^2=0$ cu centrul în punctul de coordonate $\left(\frac{-a\left(m^2+n^2\right)}{m^2-n^2};0\right)$ şi raza $r=\frac{2amn}{\left|m^2-n^2\right|}$.

Să observăm că dacă raportul $\frac{m}{n}$ este subunitar atunci cercul este situat în dreapta axei ordonatelor. Cu cât n este mai mare decât m obţinem un cerc de rază din ce în ce mai mică iar centrul se apropie de origine.

Dacă n se apropie de valoarea lui m, cercul are raza mai mare, rămânând în partea dreaptă a axei ordonatelor. Sugerăm aceste observaţii pe fig. 6.

Dacă raportul $\frac{m}{n}$ este supraunitar atunci cercul este situat în stânga axei ordonatelor.

Urmărind fig.5 putem spune că Ovalele lui Cassini acoperă într-un anumit sens toate traiectoriile posibile cereşti şi transformările dintre ele.

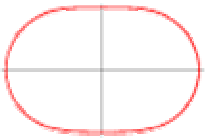


fig. 1

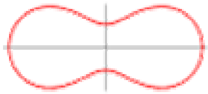


fig. 2

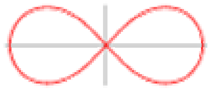


fig. 3

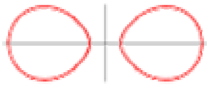


fig. 4

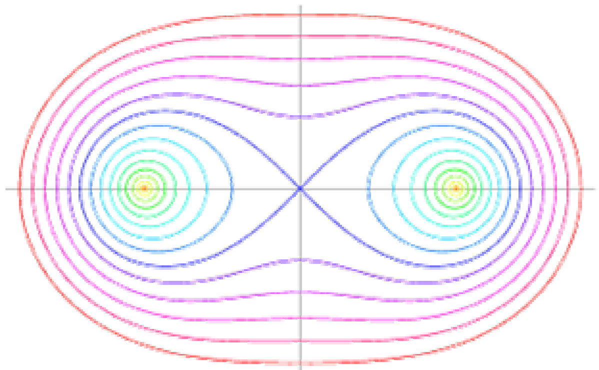


fig. 5

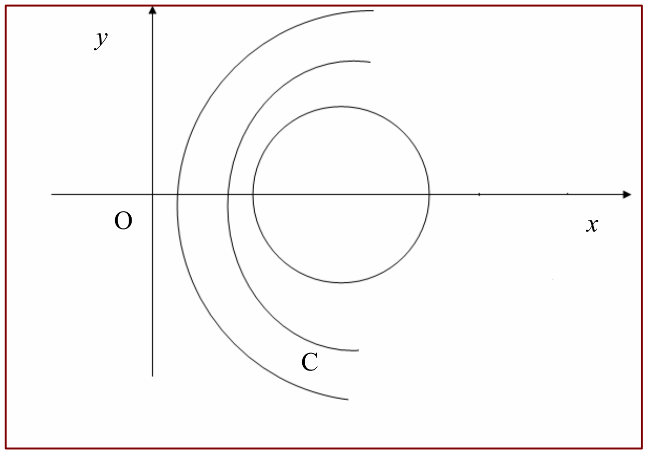


Fig. 6

Să observăm acum că în fig. 1 am reprezentat o curbă (pentru $b \geq a\sqrt{2}$) care se aplatizează, devenind pe unele porţiuni chiar o dreaptă. Dacă $a < b < a\sqrt{2}$ curba capătă forma celei din fig. 2, iar dacă $a = b$ (adică fig. 3) atunci graficul este o lemniscată. Lemniscata este o curbă specială pantru că, forma sa de panglică dă imaginea unei traiectorii care, parcă se intersectează pe ea însăşi. Dacă privim fig. 5 prin prisma transformărilor curbelor una în alta atunci avem o imagine vie a suportului matematic prezentat şi observaţiile care s-au conturat ne vorbesc despre traiectorii plane posibile, reprezentate prin funcţii continue. Aceste observaţii s-au făcut plecând de la raportul dintre cele două marimi a şi b considerate. Dacă analizăm cazul $a > b$, reprezentat în fig. 4, apare un fapt deosebit. Curba care reprezintă din punct de vedere grafic acest caz se comportă ca fiind formată din două curbe. Plecând astfel cu un punct de pe curba din dreapta să presupunem, pentru a parcurge traiectoria descrisă de acest caz, suntem obligaţi să « sărim » pe cea din partea stângă, de parcă între ele există un spaţiu care desparte curbele. Din punct de vedere matematic fig. 4 este reprezentarea grafică a unei funcţii continue dar graficul arată două curbe despărţite între ele prin presupusa existenţă a unui spaţiu. Iată deci cum matematica provoacă reprezentări care ne scot în spaţiu pentru a putea rămâne în limitele raţionamentelor inductiv-deductive.

Atunci când am studiat locul geometric al punctelor din plan pentru care raportul distanţelor la două puncte fixe să rămână constant am descoperit din nou cercul. Putem defini astfel cercul ca locul geometric al punctelor din plan pentru care raportul distanţelor la două puncte fixe este constant. Discutând după diferitele valori ale raportului $\frac{m}{n}$ am descoperit diferite forme ale cercului. Dacă acest raport devine echiunitar cercul se transformă chiar în axa ordonatelor, lucru pe care ni-l putem imagina printr-o dinamică a translatării centrului spre dreapta şi creşterea infinită a razei, fără însă ca raza să depăşească distanţa de la centru la originea sistemului de axe. Dacă raportul $\frac{m}{n}$ devine supraunitar cercul se mută în partea stângă a axei ordonatelor iar graficele devin parcă cercuri privite din exterior.

Privind în asamblu aceste observații putem spune că locurile geometrice studiate matematic pleacă de la curbe închise ca în fig. 1 şi fig. 2, trecând prin Lemniscată ajungând la cercul din studiul raportului constant, matematica ne conduce raționamentul printre plane şi spații intermediare . Studiind reprezentarea plană a celor patru operații şi folosindu-ne de interpretarea rezultatelor am ajuns să acoperim o mare parte a realității astronomice în mişcarea aparentă a corpurilor cereşti, căci traiectoriile eliptice corespund planetelor sau sateliților în cazul câmpului gravitațional, iar traiectoriile hiperbolice şi parabolice corespund anumitor comete care nu aparțin sistemului solar (corpul respectiv, venind dinspre infinit, ocoleşte centrul forțelor, îndepărtându-se apoi înspre infinit).

3. Concluzii şi provocări

Ceea ce am încercat să sugerăm prin acest articol este răspunsul la întrebarea «Printr-o abordare pur matematică ajungem oare să dobândim o siguranță reală ? »[5] . Îndrăznim să afirmăm că răspunsul este negativ. Nu este suficient să cuprindem totul în ecuații şi numere ! Este necesar să parcurgem continuu o ''lemniscată'' între real şi matematic. Confruntarea dintre realitate şi matematică este cel mai viu ilustrată de astronomie şi mai ales cea actuală.

Grecii din antichitate, prin Şcoala lui Pitagora, au introdus în astronomie principiul mişcării circulare şi uniforme a corpurilor cereşti, cercul fiind considerat de ei curba cea mai perfectă iar mişcarea uniformă mişcarea perfectă. Ptolemeu a propus prima teorie matematică a mişcării planetelor iar sistemul său geocentric s-a menținut aproape 1500 de ani. Teoria heliocentrică apare la Copernic care păstrează mişcările circulare şi uniforme ale planetelor. Tycho Brahe a încercat să combine, după cum spunea el, avantajele geometrice ale teoriei copernicane cu beneficiile filosofice ale celei ptolemeice, elaborând propriul său model de univers în care Soarele orbitează în jurul Pământului, iar celelalte planete în jurul Soarelui. Datele culese de el, referitoare la planeta Marte l-au ajutat ulterior pe Kepler să enunțe legile de mişcare ale planetelor, legi pe care le-am reamintit în partea I. Cea mai importantă lucrare ştiințifică din cea de-a doua jumătate a sec.XVI a fost *Principia lui Newton.* [6] Nu numai că aceasta a devenit fundamentul fizicii pentru urmatorii 200 de ani, dar a constituit şi baza metodologiei ştiințifice, care şi-a făcut treptat intrarea în studiul fenomenelor naturale. Potrivit concepțiilor lui Newton, fiecare fenomen natural putea fi explicat în cele din urmă prin legi matematice. Treptat, observația şi experimentul au devenit stâlpii activității ştiințifice. Isaac Newton a fost primul care a demonstrat că atât căderea obiectelor pe suprafața Pământului , cât şi mişcarea de rotație a Lunii , mişcarea de rotație a planetelor în jurul Soarelui sau traiectoriile ciudate ale cometelor sunt toate guvernate de una şi aceeaşi lege: a atracției universale.

Să plecăm şi noi de la legea a III-a a lui Kepler , exprimată prin $\dfrac{T_a^2}{T_b^2} = \dfrac{R_a^3}{R_b^3}$.

Avem $\dfrac{T_a^2}{R_a} : \dfrac{T_b^2}{R_b} = \dfrac{R_a^2}{R_b^2}$ adică $\dfrac{R_a}{T_a^2} : \dfrac{R_b}{T_b^2} = \dfrac{R_b^2}{R_a^2}$ iar de aici Newton formulează Legea atracției Universale[5]. El a ajuns la concluzia că Luna si planetele sunt menținute pe orbite de forțe invers proporționale cu pătratul distanței dintre ele şi centrele lor de rotație. În domeniul matematicii, toate realizările au condus la dezvoltarea calculului diferențial şi integral, rodul muncii lui Newton şi a lui Leibniz. Una din cele mai convingătoare dovezi că teoria gravitației formulată de Newton era corectă a apărut in 1759. Edmund Halley prezisese întoarcerea în 1758 sau 1759 a Marii Comete, deja văzută în 1682. Mai exact şi folosindu-se de calcule mult mai precise, Clairaut a prezis, cu o marjă de eroare de numai 30 de zile, că această cometă va apărea din nou în 1759. Din această enumerare de evenimente istorice remarcăm dezvoltarea calitativă a matematicii prin neglijarea însă a tot mai multor realități: masă, distanțe, neglijarea perturbațiilor care ar putea proveni de la neomogenitatea Pământului, sau cele provenite din prezența altor planete în câmpul gravitațional etc. Aceste aproximări au depărtat exprimarea matematicii în realitate întârziind întâlnirea universului matematic cu realitatea şi cu precădere cea cosmică. Acest lucru este întărit prin apariţia unui articol în anul 2009 în Royal Astronomical Society [7] a Dr. Robert Massey "Calculele sugerează că micile galaxii nu pot conţine materie neagră. Însă acest lucru contrazice în mod direct altă dovadă. Dacă materia neagră nu este prezentă, stelele în galaxii se rotesc mult mai repede decât a fost prezis de legea standard a gravitaţiei a lui Newton. Singura soluţie este să respingem teoria lui Newton. Dacă trăim într-un Univers în care se aplică o lege a gravitaţiei modificată, atunci observaţiile ar putea fi explicabile fără materia neagră"."

4. Note bibliografice

[1] Victor Vâlcovici, Ştefan Bălan, Redu Voinea, Mecanică teoretică, ed. Tehnică, 1968, pag. 468

[2] Internet, Elipsa, http://ro.wikipedia.org/wiki/Elips%C4%83

[3] Internet, Hiperbola, http://en.wikipedia.org/wiki/Hyperbola

[4] Internet, Cassini Ovals, http://mathworld.wolfram.com/CassiniOvals.html

[5] Rudolf Steiner, Astronomia şi ştiinţele naturii, ed. Univers enciclopedic, 2006, pag. 79, pag. 47-48, pag.70

[6] Internet, Teoria gravitaţională a lui Newton, http://www.referatele.com/referate/fizica/online2/TEORIA-GRAVITATIONALA-A-LUI-NEWTON-referatele-com.php

[7] Internet, Timpul pentru o Noua Teorie a Gravitatiei? Galaxiile provoaca Modelul lui Newton, http://www.epochtimes-romania.com/articles/2009/05/article_3